

Cálculo diferencial

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

El estudio del cálculo diferencial de funciones de una variable en programas de educación superior, resulta importante para comprender y modelar la variación y el cambio, en ciencias básicas, por ejemplo, se usa para describir fenómenos naturales, desde el movimiento en física hasta las tasas de reacción en química o el crecimiento poblacional en biología. En programas de ingeniería, el cálculo permite optimizar diseños y procesos, maximizar eficiencias o minimizar costos en estructuras, sistemas eléctricos o máquinas. En ciencias empresariales, se usa para el análisis marginal, la toma de decisiones económicas y la optimización de recursos, ayudando a maximizar ganancias y entender tendencias. Para los programas de matemáticas o licenciatura en matemáticas, el curso sienta las bases del análisis real y las matemáticas avanzadas, promoviendo el pensamiento abstracto y el razonamiento lógico. Incluso en programas como ciencias de la computación, es relevante para el análisis de algoritmos o gráficos, y en arquitectura, para el diseño de formas complejas. El dominio de conceptos como derivadas, tasas de cambio y optimización permite a los estudiantes resolver problemas con rigor científico, sentando las bases para cursos posteriores (Cálculo Integral, Ecuaciones Diferenciales, Cálculo vectorial, entre otros) y aplicaciones prácticas en control de procesos y simulación. Además, alineado con la misión institucional, el curso fomenta competencias analíticas y de pensamiento crítico, fundamentales para la innovación tecnológica y la investigación aplicada en el territorio.

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.

- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

04 Niveles de desempeño

4

Insuficiente **menos del 60%**

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para determinar el dominio, el límite o la continuidad de una función y para seleccionar las reglas de derivación que corresponden al problema, y sus desarrollos resultan incompletos al interpretar la derivada como razón de cambio, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico **60% - 74%**

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que calcula, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, límites y derivadas mediante las reglas de derivación, reconoce la continuidad de una función y aplica la derivada en situaciones directas de razón de cambio y de trazado de gráficas, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto **75% - 84%**

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que aplica con pertinencia la regla de la cadena y la derivación implícita, analiza el comportamiento de una función a partir de sus valores críticos, extremos y concavidad, y desarrolla de manera completa problemas de tasas relacionadas y de optimización, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado **85% - 100%**

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela situaciones de variación y cambio propias de su campo disciplinar, justifica sus procedimientos con los teoremas de Rolle y del valor medio y valida sus soluciones mediante enfoques originales, como contrastar el resultado analítico con el gráfico o con una aproximación numérica, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

Identifica, formula y resuelve problemas que involucran variación y cambio, aplicando principios de las ciencias básicas y las matemáticas.

RACA1 Representa mediante modelos matemáticos relaciones funcionales entre dos variables reales, presentes en situaciones matemáticas y de las ciencias

DESCRIPTORES · 7

- | | |
|--------------|---|
| ICCA1 | Identifica y define las variables presentes en situaciones de diversos contextos. |
| ICCA2 | Representa el cambio en la variable independiente con el cambio correspondiente en la variable dependiente usando registros gráficos, numéricos, verbales o algebraicos. |
| ICCA3 | Establece restricciones de las relaciones entre variables, involucradas en problemas o situaciones en contextos matemáticos y de otras ciencias. |
| ICCA4 | Interpreta y representa el concepto de función de una variable en diferentes formatos: tablas, gráficas y fórmulas. |
| ICCA5 | Reconoce y representa relaciones numéricas mediante funciones y encuentra el conjunto de variación de las variables (dominio y rango) de acuerdo al contexto. |
| ICCA6 | Propone relaciones o modelos funcionales entre variables reales y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante tablas y gráficas. |
| ICCA7 | ICCA7: Realiza operaciones entre funciones incluida la composición, la inversa e interpreta los resultados según el contexto. |

RACA2 Resuelve problemas en el contexto matemático y de otras ciencias que involucran relaciones de variación y cambio entre dos variables expresada en diversos formatos.

DESCRIPTORES · 6

- | | |
|---------------|---|
| ICCA10 | Argumenta la relación existente entre la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto fijo dado y la razón instantánea de cambio en dicho punto. |
| ICCA11 | Interpreta el concepto de derivada de una función como velocidad instantánea y como razón instantánea de cambio y la representa en distintos formatos. |
| ICCA12 | ICCA 12: Aplica la regla de la cadena para determinar la derivada una función compuesta e interpreta los resultados de acuerdo al contexto. |
| ICCA13 | Justifica las estrategias utilizadas en el proceso de modelación y resolución de problemas utilizando las técnicas de derivación (trazo de curvas y tasas de cambio relacionadas) |
| ICCA8 | Representa numéricamente, algebraicamente y gráficamente el límite de funciones de una variable y justifica su existencia. |

ICCA9 Justifica la continuidad o discontinuidad de una función de una variable en un punto y en un intervalo cerrado.

RACA3 Resuelve problemas en el contexto de las matemáticas y de las otras ciencias que involucran el uso de la primera y segunda derivada para máximos y mínimos de funciones de una variable

DESCRIPTORES · 4

ICCA14 Justifica la aplicación del teorema del valor medio en la solución de situaciones concretas.

ICCA15 Relaciona el crecimiento y decrecimiento de funciones con el comportamiento de modelos matemáticos que describen situaciones concretas.

ICCA16 Aplica los criterios de la derivada para analizar y resolver situaciones que involucren relaciones de variación y cambio en contextos cotidianos y de las ciencias

ICCA17 Formula y ejecuta estrategias para resolver problemas en diversos contextos que involucren el uso la segunda derivada para la optimización de funciones.

06 Unidades temáticas

3

1 Funciones, Límite y continuidad

Variables y relaciones entre variables, concepto de función, dominio y rango, funciones reales y su gráfica, composición de funciones, inversa de una función, funciones pares e impares. Definición intuitiva y formal de límite, límites laterales, cálculo de límites, algebraicos y trigonométricos, límites infinitos, asíntotas horizontales y verticales, continuidad.

2 Derivación

Cociente incremental, razón promedio e instantánea de cambio, definición e Interpretación geométrica de la derivada, reglas de la derivación y cálculo de derivadas, reglas de la cadena, derivada implícita.

3 Aplicaciones de la derivada

Tasas relacionadas y razón de cambio: problemas de velocidad y aceleración, crecimiento poblacional, entre otros. Definición de valores extremos, definición de valores críticos, teorema de Rolle y Teorema del valor medio, funciones crecientes y decrecientes, teorema: criterio de la derivada para funciones crecientes y decrecientes, puntos de inflexión y concavidad, teorema: criterio de la segunda derivada para concavidad, teorema: criterio de la segunda derivada para valores extremos, resolución de problemas de optimización, criterio de la derivada para gráfica de funciones de una variable.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang, 2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

6

-
- Stewart, J. Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas. Cengage Learning.
 - Thomas, G. B. Cálculo. Una variable. Pearson Educación.
 - Leithold, L. El Cálculo. Oxford University Press.
 - Larson, R., & Edwards, B. H. Cálculo. McGraw-Hill.
 - Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. E. Cálculo. Pearson Educación.
 - Apostol, T. M. Calculus, Vol. 1. Reverté.