

Cálculo integral

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

El estudio del cálculo integral de funciones de una variable en programas de educación superior es fundamental para comprender y modelar la acumulación y la totalidad, un complemento al análisis del cambio. En ciencias básicas, por ejemplo, se usa para calcular el trabajo realizado por una fuerza variable, el volumen de sólidos, la masa de objetos con densidad no uniforme o la cantidad total de sustancia producida en una reacción química. En ingeniería, el cálculo integral permite determinar áreas, volúmenes, centros de masa, momentos de inercia y la acumulación de energía, fundamental para el diseño estructural, la mecánica de fluidos y la teoría de circuitos. En ciencias empresariales, se utiliza para calcular el superávit del consumidor y del productor, el valor presente de flujos de ingresos continuos y el costo total a partir de tasas marginales. Para los programas de matemáticas o licenciatura en matemáticas, el curso profundiza en conceptos como la integral de Riemann, el teorema fundamental del cálculo y las aplicaciones del análisis real, fortaleciendo el razonamiento abstracto. Incluso en programas como ciencias de la computación, es importante para el análisis de señales. El dominio de conceptos como integrales definidas e indefinidas, áreas bajo la curva y técnicas de integración permite a los estudiantes resolver problemas que implican acumulación y sumatoria con rigor científico, sentando las bases para cursos posteriores (Ecuaciones Diferenciales, Cálculo Vectorial, Métodos Numéricos, entre otros) y aplicaciones prácticas en modelado financiero, simulaciones y análisis de datos. Además, alineado con la misión institucional, el curso fomenta competencias de análisis cuantitativo y resolución de problemas, fundamentales para la innovación y la investigación aplicada en el territorio.

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.

- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

04 Niveles de desempeño

4

Insuficiente **menos del 60%**

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para formular la integral definida o para seleccionar las técnicas de integración que corresponden al problema, y sus desarrollos resultan incompletos al interpretar el resultado obtenido, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico **60% - 74%**

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que resuelve, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, integrales definidas e indefinidas mediante las técnicas básicas de integración y aplica el teorema fundamental del cálculo en situaciones directas a problemas relacionados con el área bajo la curva y el cambio acumulado, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto **75% - 84%**

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que selecciona y combina con pertinencia las técnicas de integración, aproxima integrales mediante sumas de Riemann, trapecios y Simpson, y desarrolla de manera completa problemas de área entre curvas, volúmenes, longitud de curva y área de superficie, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado **85% - 100%**

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela situaciones de acumulación propias de su campo disciplinar, analiza la convergencia de integrales impropias, sucesiones y series, y valida sus soluciones mediante enfoques originales, como resolver por distintas técnicas, recurrir a coordenadas polares o contrastar métodos numéricos y analíticos, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

05 Aprendizajes esperados del curso

5

Identifica, formula y resuelve problemas que involucran el cambio acumulado, área bajo la curva y el uso de técnicas de integración aplicando principios de las ciencias básicas y las matemáticas.

RACA4 Plantea la integral definida como herramienta de solución de problemas relacionados procesos de acumulación y cálculo de áreas

DESCRIPTORES · 6

- ICCA18** Interpreta la integral como acumulación de cambio y área bajo la curva.
- ICCA19** Representa sumas de Riemann usando notación sigma.
- ICCA20** Aproxima integrales mediante particiones finitas (rectángulos, trapecios, Simpson).
- ICCA21** Representa la integral definida como límite de sumas de Riemann.
- ICCA22** Aplica el Teorema Fundamental del Cálculo para evaluar integrales.
- ICCA23** Interpreta la relación entre derivada e integral en contextos matemáticos y aplicados.

RACA5 Determina y valida antiderivadas utilizando diversas técnicas de integración, estableciendo conexiones con la integral definida

DESCRIPTORES · 5

- ICCA24** Reconoce la integral indefinida como familia de antiderivadas.
- ICCA25** Aplica técnicas de integración (sustitución, por partes, entre otras) en el cálculo de antiderivadas o primitivas.
- ICCA26** Selecciona la técnica de integración adecuada según la estructura de la función.
- ICCA27** Determina el área de la región limitada entre curvas haciendo uso de la integral definida.
- ICCA28** Calcula volúmenes de sólidos mediante métodos de integración.

RACA6 Resuelve problemas en el contexto de las matemáticas y de las otras ciencias que involucran el área de regiones planas y el volumen de sólidos de revolución donde se hace necesario el uso de integrales impropias

DESCRIPTORES · 3

- ICCA29** Determina la longitud de arco de una curva.
- ICCA30** Calcula áreas de superficies de revolución.
- ICCA31** Justifica la necesidad de definir y aplicar integrales impropias en la solución de problemas en un contexto determinado.

RACA7 Justifica el comportamiento de sucesiones numéricas mediante criterios de monotonía.

DESCRIPTORES · 5

- | | |
|---------------|---|
| ICCA32 | Representa sucesiones en distintos registros (numérico, algebraico y gráfico). |
| ICCA33 | Establece si una sucesión es creciente, decreciente o acotada. |
| ICCA34 | Calcula e interpreta el límite de una sucesión. |
| ICCA35 | Determina la convergencia o divergencia de sucesiones en distintas situaciones. |
| ICCA36 | Justifica la convergencia de sucesiones a partir de propiedades de monotonía y acotación. |

RACA8 Establece la convergencia de series numéricas utilizando propiedades y resultados formales

DESCRIPTORES · 13

- | | |
|---------------|---|
| ICCA37 | Define serie como suma de una sucesión y la representa mediante notación sigma. |
| ICCA38 | Justifica la convergencia de series geométricas. |
| ICCA39 | Aplica propiedades algebraicas de series en procesos de transformación. |
| ICCA40 | Relaciona el comportamiento de la sucesión de términos con la convergencia de la serie. |
| ICCA41 | Aplica el criterio de la integral en el análisis de convergencia. |
| ICCA42 | Determina la convergencia de p-series y la interpreta. |
| ICCA43 | Aplica criterios de comparación directa y por límite justificando su elección. |
| ICCA44 | Utiliza el criterio del cociente en el análisis de series. |
| ICCA45 | Utiliza el criterio de la raíz para analizar la convergencia de series. |
| ICCA46 | Reconoce las series alternantes. |
| ICCA47 | Determina convergencia absoluta y condicional. |
| ICCA48 | Aplica el criterio de Leibniz para la convergencia de series. |
| ICCA49 | Interpreta las implicaciones del tipo de convergencia en el comportamiento de la serie. |

1 Integral definida

Acumulación del cambio, área bajo la curva, notación sigma, integral de Riemman, integral definida, aproximación por sumas finitas, trapecios y simpson, teorema fundamental del cálculo, integrales impropias.

2 Integral indefinida

Antiderivadas, integral indefinida, técnicas de integración, área bajo la curva, integral definida e integrales impropias usando técnicas de integración.

3 Aplicaciones de la integral definida, sucesiones y series

Área entre curvas, cálculo de áreas en coordenadas polares, aplicaciones al cálculo de volumen, longitud de curva y área de una superficie, sucesiones y series.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang,

2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. **La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.**

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

6

- Stewart, J. Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas. Cengage Learning.
- Leithold, L. El Cálculo. Oxford University Press.
- Thomas, G. B. Cálculo. Una variable. Pearson Educación.
- Larson, R., & Edwards, B. H. Cálculo. McGraw-Hill.
- Apostol, T. M. Calculus, Vol. 1. Reverté.
- Purcell, E. J., Varberg, D., & Rigdon, S. E. Cálculo. Pearson Educación.