

Matemáticas especiales I

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

Las ecuaciones diferenciales parciales tienen relación directa con muchos problemas prácticos que se presentan en las diversas ramas de la Ingeniería. Su estudio ha estimulado el desarrollo de importantes áreas de las matemáticas como el Análisis de Fourier, el cual es de gran importancia en la ingeniería electrónica. En el estudio de las ciencias e ingeniería se desarrollan modelos matemáticos para la solución de problemas físicos tales como la ecuación de onda, la ecuación de calor, la ecuación de Laplace, la ecuación de Schrödinger, entre otros. La modelación matemática de estos problemas conduce a ecuaciones diferenciales parciales. Por esta razón, la Universidad del Magdalena ha incluido el curso de Ecuaciones Diferenciales Parciales como parte de la formación matemática de los estudiantes del programa de Ingeniería Electrónica. Además, el curso de Ecuaciones Diferenciales Parciales será de gran utilidad a los estudiantes de ingeniería electrónica en el desarrollo de algunas asignaturas propias de su ciclo profesional.

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.
- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

Insuficiente menos del 60%

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para clasificar la ecuación diferencial parcial y para aplicar el método de separación de variables verificando las condiciones de frontera, y sus desarrollos resultan incompletos al interpretar el significado físico de la solución, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico 60% - 74%

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que reconoce y clasifica, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, las ecuaciones diferenciales parciales de primer y segundo orden, obtiene sus formas canónicas y aplica el método de separación de variables en problemas con condiciones de frontera sencillas, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto 75% - 84%

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que selecciona con pertinencia el método de solución según el tipo de ecuación, resuelve las ecuaciones de onda y de calor por separación de variables y mediante transformada de Fourier, y desarrolla de manera completa problemas con condiciones iniciales y de frontera, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado 85% - 100%

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela problemas complejos de ingeniería mediante ecuaciones diferenciales parciales, resuelve problemas de Dirichlet y de Neumann apoyándose en la fórmula integral de Poisson y valida sus soluciones mediante enfoques originales, como contrastar la solución de D'Alembert con la obtenida por separación de variables o analizar el comportamiento de la solución en el largo plazo, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

Identifica, formula y resuelve problemas complejos de ingeniería, aplicando principios de ingeniería, ciencias y matemáticas.

RACA9 Justifica el tipo de convergencia de series especiales mediante argumentos formales

DESCRIPTORES · 6

- ICCA50** Define y representa series de potencias.
- ICCA51** Determina el radio de convergencia mediante criterios adecuados
- ICCA52** Determina y justifica el intervalo de convergencia de series de potencia.
- ICCA53** Expresa funciones como series de potencias.
- ICCA54** Interpreta la relación entre una función y su desarrollo en series de potencias.
- ICCA55** Utiliza series de potencias para aproximar funciones y analizar su comportamiento.

RAME11 Analiza y resuelve ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, interpretando geoméricamente sus soluciones y aplicando métodos analíticos clásicos.

DESCRIPTORES · 5

- ICMEI1** Identifica la notación y los conceptos fundamentales asociados a las ecuaciones diferenciales parciales.
- ICMEI2** Interpreta geoméricamente soluciones generales y particulares de ecuaciones diferenciales parciales.
- ICMEI3** Clasifica ecuaciones diferenciales parciales de primer orden según su forma.
- ICMEI4** Resuelve ecuaciones diferenciales parciales cuasilineales aplicando el método de las características.
- ICMEI5** Resuelve ecuaciones diferenciales parciales lineales de primer orden utilizando separación de variables.

RAME12 Clasifica y resuelve ecuaciones diferenciales parciales lineales de segundo orden y modelos clásicos, utilizando separación de variables y transformadas integrales.

DESCRIPTORES · 5

- ICMEI10** Resuelve ecuaciones de onda y calor utilizando la transformada de Laplace.
- ICMEI6** Clasifica ecuaciones diferenciales parciales lineales de segundo orden y determina sus formas canónicas.

-
- ICMEI7** Resuelve ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden aplicando el método de separación de variables.
-
- ICMEI8** Deduce y resuelve la ecuación de onda unidimensional utilizando la solución de D'Alembert.
-
- ICMEI9** Resuelve la ecuación de onda y la ecuación de calor aplicando transformadas de Fourier.
-

RAMEI3 Analiza y resuelve problemas de frontera asociados a la ecuación de Laplace en distintos dominios geométricos.

DESCRIPTORES · 5

-
- ICMEI11** Formula problemas de Dirichlet y Neumann para la ecuación de Laplace.
-
- ICMEI12** Resuelve el problema de Dirichlet en dominios clásicos aplicando la fórmula integral de Poisson.
-
- ICMEI13** Resuelve problemas de frontera para la ecuación de Laplace utilizando separación de variables.
-
- ICMEI14** Aplica la transformada de Fourier para resolver problemas de Dirichlet.
-
- ICMEI15** Resuelve problemas de Neumann en rectángulos, discos y el semiplano superior empleando métodos analíticos apropiados.
-

06 Unidades temáticas

5

1 Conceptos Básicos y Ecuaciones diferenciales parciales de primer orden

Notaciones y conceptos básicos. Significado geométrico de las soluciones general y particular de una E.D.P. Ecuaciones diferenciales parciales que surge de la eliminación de funciones arbitrarias. Solución de algunas E.D.P lineales. E.D.P de primer orden. Clasificación. La E.D.P cuasi-lineal y el método de las características. E.D.P lineal de primer orden. Método de separación de variables.

2 Ecuaciones Diferenciales Parciales Lineales de Segundo Orden

Clasificación. Formas canónicas. Solución de E.D.P lineales de segundo orden por el método de separación de variables

3 La ecuación de onda

Deducción de la ecuación de onda unidimensional. La solución de D'Alembert para la ecuación de onda. Solución por el método de separación de variables. Solución para la ecuación de onda utilizando la transformada de Fourier. Solución para la ecuación de onda utilizando la transformada de Laplace.

4 La ecuación de calor

Deducción de la ecuación de calor unidimensional. Solución por el método de separación de variables. Solución para la ecuación de calor utilizando la transformada de Fourier. Solución para la ecuación de calor utilizando la transformada de Laplace.

5 La ecuación de Laplace

El problema de Dirichlet para un disco. La fórmula de la integral de Poisson para el disco. Solución al problema de Dirichlet utilizando la transformada de Fourier. El problema de Neumann. El problema de Neumann para un rectángulo. El problema de Neumann para un disco. El problema de Neumann para el semiplano superior.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang,

2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. **La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.**

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

5

- Zill, D. G., & Wright, W. S. Matemáticas avanzadas para ingeniería. McGraw-Hill.
- Haberman, R. Ecuaciones en derivadas parciales con series de Fourier y problemas de valores en la frontera. Pearson Educación.
- Asmar, N. H. Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems. Pearson.
- O'Neil, P. V. Matemáticas avanzadas para ingeniería. Cengage Learning.
- Pinchover, Y., & Rubinstein, J. An Introduction to Partial Differential Equations. Cambridge University Press.