

Ecuaciones diferenciales

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

El estudio de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) proporciona las herramientas para modelar y comprender la evolución de sistemas dinámicos a lo largo del tiempo o el espacio, donde la variación de una cantidad depende de su estado actual. En ciencias básicas, y programas de licenciatura en matemáticas, por ejemplo, las EDO son fundamentales para describir fenómenos como el decaimiento radioactivo, el crecimiento poblacional, las oscilaciones de péndulos, la propagación de enfermedades o el flujo de corrientes eléctricas en circuitos. Para la ingeniería, las EDO son indispensables para el análisis y diseño de sistemas dinámicos, permitiendo modelar el comportamiento de estructuras bajo cargas variables, el control de procesos industriales, la simulación de sistemas mecánicos, térmicos o hidráulicos, y el desarrollo de algoritmos de control para robótica o aeronáutica. En ciencias empresariales, aunque en menor medida que el cálculo, las EDO se usan en modelos económicos para predecir el comportamiento de mercados, analizar el crecimiento de la deuda o el capital, y estudiar la dinámica de la oferta y la demanda a lo largo del tiempo. El dominio de conceptos como soluciones analíticas, métodos numéricos, sistemas de EDO y análisis de estabilidad capacita a los estudiantes para modelar y resolver problemas complejos que involucran tasas de cambio interdependientes. Este curso alinea la formación con la misión institucional de fomentar competencias en el modelado matemático, el pensamiento crítico y la resolución de problemas aplicados, fundamentales para la innovación tecnológica y la investigación en el contexto colombiano.

02 Competencias genéricas

4

- Abstractar, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.

- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

04 Niveles de desempeño

4

Insuficiente **menos del 60%**

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para clasificar la ecuación diferencial y para seleccionar el método de solución que corresponde a su tipo, y sus desarrollos resultan incompletos al verificar la solución obtenida y al interpretar las condiciones iniciales, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico **60% - 74%**

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que resuelve, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, ecuaciones diferenciales de primer orden —separables, homogéneas, exactas y lineales— y ecuaciones lineales de orden superior con coeficientes constantes, y verifica las soluciones obtenidas, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto **75% - 84%**

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que selecciona con pertinencia el método de solución, aplica la reducción de orden, los coeficientes indeterminados y la variación de parámetros, y desarrolla de manera completa problemas con transformada de Laplace y con condiciones iniciales, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado **85% - 100%**

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela fenómenos de su campo disciplinar mediante ecuaciones diferenciales, analiza el comportamiento cualitativo de las soluciones a partir del campo de direcciones y valida sus resultados mediante enfoques originales, como resolver por más de un método, contrastar la solución analítica con una aproximación numérica o discutir la pertinencia del modelo, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

05 Aprendizajes esperados del curso

3

Identifica, formula y resuelve problemas que involucran variables y sus derivadas, aplicando principios de las ciencias básicas y las matemáticas.

RACA15 Argumenta las estrategias utilizadas en el proceso de modelación y resolución de problemas que involucra el planteamiento y solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

DESCRIPTORES · 4

- ICCA95** Identifica los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y aplica estrategias adecuadas para su solución.
- ICCA96** Justifica el procedimiento utilizado en la solución de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.
- ICCA97** Aplica el método adecuado para resolver ecuaciones diferenciales de primer orden (De variables separables, homogéneas, exactas, Bernoulli y Riccati)
- ICCA98** Representa y resuelve situaciones en contextos matemáticos y no matemáticos que se modelan con ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

RACA16 Resuelve ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primero, segundo y orden n utilizando el método adecuado para tal fin.

DESCRIPTORES · 5

- ICCA100** Resuelve ecuaciones diferenciales homogéneas con coeficientes constantes.
- ICCA101** Reconoce y aplica el método adecuado para resolver ecuaciones diferenciales de orden superior.
- ICCA102** Justifica cuando y como usar un procedimiento para resolver una ecuación diferencial ordinaria de orden superior
- ICCA103** Representa y resuelve situaciones en contextos matemáticos y no matemáticos que se modelan con ecuaciones diferenciales ordinarias de orden superior.
- ICCA99** Justifica el procedimiento utilizado en la solución de una ecuación diferencial lineal de primer orden, segundo orden y orden n.

RACA17 Resuelve problemas que se representan con ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando la transformada de Laplace

DESCRIPTORES · 6

- ICCA104** Justifica la necesidad de definir y aplicar la transformada de Laplace en la solución de problemas en un contexto determinado.
- ICCA105** Argumenta las condiciones necesarias para la existencia de la transformada de Laplace.

ICCA106	Determina la transformada inversa de una función temporal.
ICCA107	Reconoce y determina la derivada de una transformada de Laplace.
ICCA108	Reconoce y determina la transformada de un producto convolutivo y la transformada de una integral
ICCA109	Utiliza la transformada de Laplace en la solución de problemas que involucran el planteamiento y solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y sistemas de ecuaciones diferenciales.

06 Unidades temáticas

3

1 Ecuaciones diferenciales de primer orden

Conceptos básicos y terminología, Campo de direcciones, Ecuaciones de variables separables, Ecuaciones Homogéneas, Ecuaciones diferenciales exactas, Ecuación de primer orden lineal, Ecuación de Bernoulli, Ecuación de Riccati, Aplicaciones de ecuaciones diferenciales de primer orden a la solución de problemas de variación y cambio

2 Ecuaciones diferenciales de orden superior

La ecuación diferencial lineal general de orden n , independencia lineal y Wronskianos, método de reducción de orden, Método de los coeficientes indeterminados, método de variación de parámetro, la ecuación de Euler-Cauchy, Solución de sistemas de E. D lineales por eliminación, aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales (Movimiento armónico simple, movimiento amortiguado, movimiento forzado y circuitos eléctricos)

3 Transformada de Laplace

Transformada inversa de Laplace, función escalón unitario, primer teorema de traslación, segundo teorema de traslación, teorema del cambio de escala, Derivada de una transformada, transformada de una derivada, transformada del producto convolutivo, transformada de la integral, transformada de una función periódica, solución de una ecuación diferencial con condiciones iniciales mediante la transformada de Laplace, Solución de un sistema de E.D lineales mediante la transformada de Laplace, aplicaciones a la solución de problemas de ingeniería

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes

enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang, 2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

- 1. La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

- 2. El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. **La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.**

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

- Zill, D. G. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Cengage Learning.
- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa Wiley.
- Nagle, R. K., Saff, E. B., & Snider, A. D. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Pearson Educación.
- Edwards, C. H., & Penney, D. E. Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Pearson Educación.
- Simmons, G. F. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas. McGraw-Hill.