

Matemáticas especiales II

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

Se define la ingeniería cómo el arte de utilizar la matemática, junto con otras ciencias básicas, para resolver problemas de la vida práctica. En consecuencia, todo ingeniero debe poseer los conocimientos y habilidades matemáticas necesarias, para ejercer con eficiencia y calidad su trabajo. Con base en las consideraciones anteriores, y de acuerdo con el Grupo de Trabajo de Matemáticas (MWG, Mathema cs Working Group) de la Asociación Europea de Educación en Ingeniería (SEFI), las matemáticas están en el centro de la ingeniería, y sirven tanto para la comunicación de resultados (lenguaje), como para la solución de problemas (herramienta) (Rodríguez et al., 2018). A nivel nacional la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería ACOFI, en sus diferentes documentos de actualización y modernización del currículo de los programas de ingeniería, establece los temas mínimos que deben tratarse en una carrera de ingeniería, y a partir de lo señalado en el convenio Andrés Bello (2000), se especifican temáticas fundamentales entre las cuales se encuentran las correspondientes al presente curso de Matemáticas Especiales. En particular, el estudiante de Ingeniería de Sistemas, a lo largo de su formación debe cursar asignaturas tales como: ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, sistemas dinámicos e inteligencia artificial, que requieren un alto contenido matemático: representación, diferenciación e integración de funciones reales, cálculo vectorial, sucesiones, series y matrices sobre números reales y complejos. Por otra parte, la evolución constante de la información ha permitido la comunicación instantánea y el acceso a datos desde prácticamente cualquier lugar del mundo y, además, el aumento de la interdependencia de las organizaciones con respecto a sus sistemas de información conllevan a que los ingenieros de sistemas, además de los conocimientos propios de los sistemas, también comprendan y posean habilidades relacionadas con las redes y las comunicaciones.

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.
- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

04 Niveles de desempeño

4

Insuficiente menos del 60%

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para operar con los números complejos y para calcular los coeficientes de Fourier, y sus desarrollos resultan incompletos al interpretar el contenido en frecuencia de una señal periódica, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico 60% - 74%

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que opera, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, con números complejos en sus formas binomial y polar, calcula los coeficientes de Fourier de funciones periódicas y reconoce las propiedades básicas de la convolución, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto 75% - 84%

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que aplica con pertinencia las series de Fourier al análisis de señales periódicas, emplea las propiedades de la transformada de Fourier y de la convolución, y desarrolla de manera completa ejercicios con la transformada discreta apoyándose en un asistente matemático, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado 85% - 100%

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela y analiza señales propias de su campo disciplinar mediante herramientas del análisis de Fourier, relaciona las representaciones en el tiempo y en la frecuencia y valida sus soluciones mediante enfoques originales, como contrastar el cálculo analítico con la transformada discreta o examinar el efecto de las propiedades de modulación y corrimiento, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

05 Aprendizajes esperados del curso

3

Utiliza los números complejos, y sus propiedades, para resolver problemas, tanto matemáticos como de la vida práctica. Comprende el concepto de series de Fourier y convolución y los utiliza para el análisis de señales periódicas. Comprende los concepto de Convolución, Transformada de Fourier, y de Transformada Disceta de Fourier, sus propiedades, y utiliza un asistente (software) matemático para obtener información de la señal, a partir de su transformada.

RAMEI1 Analiza y opera números complejos en sus diferentes representaciones, aplicándolos al estudio de funciones de variable compleja.

DESCRIPTORES · 6

- ICMEI1** Define y opera números complejos en forma binomial y representa geométricamente sus resultados.
- ICMEI2** Aplica el conjugado y verifica propiedades como la desigualdad triangular.
- ICMEI3** Convierte números complejos entre forma binomial, polar y exponencial.
- ICMEI4** Calcula raíces enteras y raíces de la unidad de números complejos.
- ICMEI5** Determina logaritmos y potencias complejas aplicando sus propiedades.
- ICMEI6** Analiza funciones de variable compleja identificando su dominio y operaciones básicas.

RAMEI2 Analiza funciones periódicas y señales mediante series de Fourier, evaluando su convergencia y aplicaciones.

DESCRIPTORES · 5

- ICMEI10** Obtiene series de Fourier para funciones definidas en intervalos laterales.
- ICMEI11** Aplica series de Fourier al análisis de sistemas y señales.
- ICMEI7** Identifica funciones periódicas y determina su período e intervalo fundamental.
- ICMEI8** Calcula coeficientes de Fourier aplicando las fórmulas de Euler.

ICMEII9 Construye series de Fourier para funciones pares, impares y de período arbitrario.

RAMEII3 **Aplica la convolución y la transformada de Fourier para analizar funciones, señales y sistemas.**

DESCRIPTORES · 5

ICMEII12 Calcula la convolución de funciones y verifica sus propiedades.

ICMEII13 Aplica la transformada de Fourier a funciones elementales.

ICMEII14 Utiliza propiedades de la transformada de Fourier como linealidad y corrimientos temporal y frecuencial.

ICMEII15 Aplica los teoremas de modulación para analizar señales.

ICMEII16 Calcula la transformada de Fourier de derivadas interpretando su significado físico.

06 Unidades temáticas

4

1 Números Complejos

Definición, igualdad, operaciones, representación gráfica, valor absoluto y distancia. Isomorfía entre reales y complejos de segunda componente cero. La forma binomial, conjugado, propiedades del conjugado, desigualdad triangular. Forma trigonométrica o polar, argumento, forma exponencial. Propiedades de la exponenciales complejas. Raíces enteras de complejos. Raíces de la unidad. Logaritmos complejos. Potencias complejas de números complejos. Funciones de variable compleja.

2 Series de Fourier

Funciones periódicas. Período, Intervalo período. Series numéricas, convergencia. Teorema de Fourier. Coeficientes de Fourier. Fórmulas de Euler para los coeficientes de Fourier. Funciones pares e impares. Series de Fourier para Funciones pares e impares. Series de Fourier para funciones de cualquier período. Series de Fourier para funciones definidas en el lado derecho. Sistemas y señales. Series de Fourier para las señales.

3 Convolución de funciones

Convolución de funciones. Propiedades de la convolución.

4 Transformada de Fourier

Transformada de Fourier. Propiedades. Linealidad, corrimiento en el tiempo, ampliación o reducción del tiempo, corrimiento en la frecuencia, Teoremas de Modulación, transformada de una derivada. Transformada Discreta de Fourier.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang, 2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

5

-
- Churchill, R. V., & Brown, J. W. Variable compleja y aplicaciones. McGraw-Hill.
 - Zill, D. G., & Shanahan, P. D. Introducción al análisis complejo con aplicaciones. Cengage Learning.
 - Oppenheim, A. V., & Willsky, A. S. Señales y sistemas. Pearson Educación.
 - Spiegel, M. R. Variable compleja. McGraw-Hill (Serie Schaum).
 - Kreyszig, E. Matemáticas avanzadas para ingeniería. Limusa Wiley.