

Álgebra lineal

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

El estudio del Álgebra Lineal en programas de educación superior es fundamental, ya que proporciona las herramientas para comprender, analizar y manipular relaciones lineales y estructuras multidimensionales. Es la base para el manejo de grandes volúmenes de datos y la representación de sistemas complejos de manera concisa. En ciencias básicas, por ejemplo, se usa para describir fenómenos cuánticos en física, balances en química, la genética poblacional en biología o el análisis de tensiones en geofísica. Para la ingeniería, el Álgebra Lineal es indispensable para el análisis de sistemas, la resolución de problemas de optimización y el procesamiento de señales. Permite resolver sistemas de ecuaciones que modelan redes eléctricas, estructuras mecánicas o flujos de fluidos; es importante en el diseño de algoritmos para control automático, robótica, procesamiento de imágenes y compresión de datos. En ciencias empresariales, se utiliza extensivamente en la optimización de carteras de inversión, el análisis de costos de producción, modelos de insumo-producto, y en técnicas de regresión para la toma de decisiones estratégicas. Para los programas de matemáticas o licenciatura en matemáticas, el Álgebra Lineal sienta las bases para el estudio de la geometría, el análisis funcional, la optimización, y las transformaciones lineales, desarrollando el pensamiento abstracto y la capacidad de generalización. En programas de tecnología se usa para el desarrollo de gráficos 3D, algoritmos de machine learning (ej., redes neuronales, análisis de componentes principales), criptografía y el manejo eficiente de grandes conjuntos de datos. El dominio de conceptos como vectores, matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, transformaciones lineales, valores y vectores propios capacita a los estudiantes para resolver problemas de gran escala y complejidad.

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.

- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.
- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

04 Niveles de desempeño

Insuficiente menos del 60%

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para operar con matrices y para aplicar las operaciones elementales de renglón, así como para decidir si un sistema de ecuaciones lineales tiene solución y para interpretar el resultado obtenido, de modo que sus desarrollos resultan incompletos, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico 60% - 74%

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que opera, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, con matrices y determinantes, resuelve sistemas de ecuaciones lineales mediante reducción a la forma escalonada y realiza las operaciones básicas con vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto 75% - 84%

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que determina con pertinencia la dependencia e independencia lineal, la base y la dimensión de un espacio o subespacio vectorial, calcula el rango y la nulidad de una matriz, y desarrolla de manera completa problemas de rectas, planos, transformaciones lineales, autovalores y autovectores, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que modela situaciones propias de su campo disciplinar mediante estructuras algebraicas, relaciona la representación matricial con la geométrica de una transformación lineal y valida sus soluciones mediante enfoques originales, como verificar la diagonalización, contrastar métodos de solución de un sistema o analizar el efecto de los autovalores en el comportamiento del modelo, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

05 Aprendizajes esperados del curso

3

Identifica, formula y resuelve problemas que involucran el uso de las estructuras algebraicas, aplicando principios de las ciencias básicas y las matemáticas.

RAAE3 Representa y resuelve situaciones en diferentes contextos haciendo uso de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales, sus operaciones y propiedades.

DESCRIPTORES · 5

- ICAE11** Reconoce las definiciones, terminología, operaciones y propiedades del álgebra matricial.
- ICAE12** Identifica diferentes tipos de matrices, simétrica, antisimétrica, diagonal, triangular, identidad, transpuesta y aplica procedimientos adecuados para determinarlas cuando sea el caso.
- ICAE13** Formula y resuelve sistemas de ecuaciones lineales que representan situaciones en el contexto de las matemáticas y otras ciencias.
- ICAE14** Aplica las operaciones elementales de matrices para la solución de sistemas de ecuaciones lineales y hallar la inversa de una matriz.
- ICAE15** Calcula y aplica el determinante de una matriz y sus propiedades en la solución de sistemas de ecuaciones lineales y la inversa de una matriz.

RAAE4 Aplica las propiedades de los espacios vectoriales y sus operaciones en la interpretación, representación y solución de situaciones en contextos matemáticos y de otras ciencias.

DESCRIPTORES · 4

- ICAE16** Identifica y representa vectores en su forma gráfica y algebraica, realiza operaciones, determina su magnitud y el ángulo formado entre dos vectores.
- ICAE17** Resuelve problemas en el contexto de las matemáticas y de otras ciencias que implican operaciones, operaciones, norma, ángulo entre vectores y proyecciones.
- ICAE18** Verifica y explica las propiedades de un espacio vectorial.

ICAE19 Justifica si un conjunto representa un subespacio de un espacio vectorial dado.

RAAE5 **Justifica los, procedimientos y razonamientos, utilizados en la solución de un problema que involucra transformaciones lineales, autovalores y autovectores.**

DESCRIPTORES · 4

ICAE20 Verifica y explica las propiedades, núcleo y rango de una transformación lineal.

ICAE21 Determina la matriz asociada a una transformación lineal

ICAE22 Determina los autovalores y autovectores de una matriz dada.

ICAE23 Identifica y justifica cuando una matriz es o no diagonalizable.

06 Unidades temáticas

3

1 Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales

Matrices, clases de matrices, operaciones con matrices y propiedades, ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales, forma matricial, operaciones elementales de renglón, forma escalonada y escalonada reducida por filas, método de Gauss y Gauss Jordan, sistemas de ecuaciones homogéneos, no homogéneos y soluciones, determinante de una matriz de orden dos por dos, regla de Sarrus, menor, cofactor, determinante de una matriz mediante expansión de cofactores, adjunta de una matriz, propiedades de los determinantes, regla de Cramer, inversa de una matriz de orden dos por dos, inversa de una matriz empleando operaciones elementales (A|I), inversa mediante la adjunta.

2 Vectores, rectas y planos

Vectores en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$. Definición geométrica y algebraica, Elementos de un vector (Origen, extremo, módulo, dirección y sentido. Clasificación de los vectores, Modulo y dirección de un vector en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, vectores unitarios, operaciones: suma, resta , multiplicación por escalar, producto punto y propiedades, ángulo entre vectores, vectores paralelos y perpendiculares, proyección de un vector sobre otro, producto vectorial y propiedades, ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de la recta en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, rectas paralelas y perpendiculares, ecuación cartesiana, normal y vectorial del plano, planos paralelos y perpendiculares, aplicaciones a la ingeniería.

3 Espacios vectoriales, aplicaciones lineales, autovalores y autovectores

Espacio vectorial, subespacio vectorial, combinación lineal, generado de un conjunto y conjunto generador, dependencia e independencia lineal, base y dimensión, rango nulidad, espacio renglón y espacio columna de una matriz, cambio de base, bases ortonormales y proyecciones en $\mathbb{R}^n$, ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de la recta en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$, espacios con producto interior, introducción a las transformaciones lineales, rango de una transformación lineal, álgebra de las transformaciones lineales, Representación matricial de una transformación lineal, valores y vectores propios, aplicaciones a la ingeniería.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang,

2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. **La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.**

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

6

- Grossman, S. I., & Flores Godoy, J. J. Álgebra lineal. McGraw-Hill.
- Lay, D. C. Álgebra lineal y sus aplicaciones. Pearson Educación.
- Anton, H., & Rorres, C. Introducción al álgebra lineal. Limusa Wiley.
- Strang, G. Álgebra lineal y sus aplicaciones. Thomson.
- Kolman, B., & Hill, D. R. Álgebra lineal. Pearson Educación.
- Nakos, G., & Joyner, D. Álgebra lineal con aplicaciones. Thomson.