

Lógica matemática

ÁREA: MATEMÁTICAS

01 Presentación

El curso de Lógica Matemática es indispensable en cualquier programa de Licenciatura en Matemáticas, ya que proporciona las herramientas necesarias para el razonamiento válido, la demostración formal y la construcción de sistemas axiomáticos. El curso ayuda a fundamentar el pensamiento matemático formal a través del estudio de la estructura lógica de las demostraciones, enseñándoles a construir argumentos válidos, identificar falacias y comprender la naturaleza de las verdades matemáticas. Conceptos como proposiciones, cuantificadores, reglas de inferencia y métodos de demostración (directa, por contradicción, inducción) se vuelven herramientas esenciales. Además, fomenta el rigor en la definición de conceptos y la formulación de enunciados. Los estudiantes aprenden a manejar la ambigüedad y a expresar ideas matemáticas con la exactitud necesaria para la investigación y la comunicación científica y es la base para entender y producir pruebas en Análisis Real, Álgebra Abstracta, Topología, Teoría de Conjuntos y otras áreas avanzadas. Sin una comprensión sólida de la lógica, la dificultad en estos cursos es cada vez mayor

02 Competencias genéricas

4

- Abstraer, analizar y sintetizar.
- Identificar, plantear y resolver problemas.
- Trabajar en equipo y autónomamente.
- Comunicar las ideas de forma oral y escrita.

03 Competencias específicas

4

- Formular conjeturas, establecer relaciones, justificar procedimientos y construir argumentos matemáticos válidos.
- Identificar, modelar y resolver situaciones problemáticas mediante estrategias matemáticas adecuadas, evaluando la pertinencia de los resultados.
- Expresar, interpretar y argumentar ideas matemáticas utilizando lenguaje verbal, simbólico, gráfico y tabular de manera clara y precisa.
- Representar situaciones del mundo real mediante modelos matemáticos, analizarlos, interpretar los resultados y valorar sus alcances y limitaciones.

Insuficiente **menos del 60%**

El estudiante no alcanza los desempeños mínimos esperados. Esto se evidencia en que presenta dificultades, en la mayoría de las situaciones planteadas, para simbolizar un enunciado y para construir las tablas de verdad, y sus desarrollos resultan incompletos al distinguir una demostración válida de una que no lo es, sus intervenciones se limitan a respuestas breves que no desarrollan las ideas solicitadas, presenta imprecisiones en la comunicación de ideas matemáticas, su participación en las actividades propuestas es limitada y no cumple con la mayoría de los compromisos académicos establecidos.

Básico **60% - 74%**

El estudiante alcanza los desempeños esperados. Esto se evidencia en que simboliza y evalúa, con un desarrollo completo en la mayoría de los casos, proposiciones simples y compuestas, reconoce las equivalencias lógicas y emplea los cuantificadores universal y existencial en enunciados sencillos, sus intervenciones responden a lo solicitado, comunica ideas matemáticas con claridad, cumple con las actividades propuestas y es responsable con sus compromisos académicos.

Alto **75% - 84%**

El estudiante supera los desempeños esperados. Esto se evidencia en que aplica con pertinencia la lógica de predicados a la simbolización de enunciados, distingue las estrategias de demostración directa, indirecta y por reducción al absurdo, y desarrolla de manera completa demostraciones por inducción matemática, interpretando los resultados en el contexto de la situación, sus intervenciones amplían o enriquecen la discusión, comunica ideas matemáticas con precisión y fluidez, participa de manera activa y propositiva en las actividades del curso, y cumple sus compromisos académicos con autonomía.

Avanzado **85% - 100%**

El estudiante supera ampliamente los desempeños esperados. Esto se evidencia en que analiza sistemas axiomáticos y la estructura de los razonamientos propios de la matemática, formula y examina la validez de conjeturas y valida sus demostraciones mediante enfoques originales, como probar un mismo enunciado por más de una vía o exhibir contraejemplos que delimiten su alcance, sus intervenciones proponen ideas o preguntas que amplían los temas trabajados, comunica ideas matemáticas con rigor, demuestra liderazgo y colaboración en las actividades del curso, y toma la iniciativa para ir más allá de los compromisos académicos establecidos.

05 Aprendizajes esperados del curso

Aplica y valida principios y procedimientos matemáticos como la modelación, el razonamiento lógico, la representación, el análisis de funciones y estructuras, la abstracción, la generalización, y el uso de métodos numéricos y analíticos para diseñar

soluciones integrales a problemas elementales en el contexto de la vida cotidiana o de la propia matemática.

RALC1 Analiza proposiciones y estructuras lógicas mediante el uso de conectivos, tablas de verdad y relaciones de implicación y equivalencia lógica.

DESCRIPTORES · 8

ICLC1	Representa proposiciones simples y compuestas utilizando lenguaje simbólico.
ICLC2	Describe y justifica la estructura de un enunciado mediante conectores lógicos.
ICLC3	Determina la contraria, recíproca y contrarrecíproca de una proposición condicional.
ICLC4	Construye tablas para determinar valores de verdad de proposiciones compuestas.
ICLC5	Determina tautologías, contradicciones y contingencias a partir de tablas de verdad.
ICLC6	Establece equivalencias entre enunciados utilizando leyes y propiedades.
ICLC7	Aplica leyes de equivalencia para simplificar expresiones proposicionales.
ICLC8	Interpreta expresiones simbólicas en diferentes contextos.

RALC2 Evalúa argumentos deductivos mediante métodos de inferencia lógica y elementos básicos de lógica de predicados.

DESCRIPTORES · 11

ICLC10	Explica cuando una proposición se deduce lógicamente de un conjunto de premisas.
ICLC11	Determina la validez de un argumento utilizando tablas de verdad.
ICLC12	Aplica reglas de inferencia en procesos de deducción proposicional.
ICLC13	Identifica falacias en razonamientos inductivos y deductivos en diferentes contextos.
ICLC14	Representa expresiones mediante fórmulas proposicionales.
ICLC15	Interpreta y representa enunciados que involucren cuantificadores universales y existenciales.
ICLC16	Utiliza diagramas para representar juicios universales y particulares y sus negaciones.
ICLC17	Aplica reglas de la deducción cuantificacional para determinar conclusiones y determinar la validez de un argumento.
ICLC18	Aplica inducción matemática en procesos de demostración.
ICLC19	Aplica el método apropiado en procesos de demostración directa e indirecta de teoremas sencillos
ICLC9	Identifica premisas y conclusiones en enunciados del lenguaje natural y simbólico.

1 Lógica proposicional

Introducción al concepto de lógica matemática, la lógica como un lenguaje formal, lógica proposicional, proposiciones simples, conectores lógicos, negación, conjunción, disyunción, condicional y bicondicional, contraria, recíproca y contrarrecíproca de un condicional. Valuación de enunciados, tablas de verdad, tautologías, contradicciones y contingencias. la deducción proposicional, reglas de inferencias, Ley de introducción de premisas, regla de prueba condicional, reducción al absurdo. Argumentos válidos, argumentos no válidos y falacias.

2 Lógica cuantificacional o de predicados

Lógica de predicados, universo, variables, constantes, funciones proposicionales, cuantificadores, variables libre y variables ligadas, simbolización de enunciados. Juicios universales afirmativos y negativos, juicios particulares afirmativos y negativos, silogismos, negación de enunciados en la lógica de predicados. Deducción cuantificacional, leyes de especificación y de generalización, simbolización de enunciados y deducción con cuantificadores. Argumentos válidos y no válidos en la lógica de predicados.

3 Métodos y técnicas de demostración

Sistemas axiomáticos, sistema axiomático de R. Demostración directa e indirecta, reducción al absurdo. Inducción matemática.

07 Orientaciones pedagógicas

El Departamento de Matemáticas y Estadística concibe la enseñanza como un proceso orientado al desarrollo del pensamiento matemático y estadístico, mediante experiencias de aprendizaje que promuevan la comprensión conceptual, el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación, la interpretación de información y la comunicación rigurosa de ideas. Desde esta perspectiva, el aprendizaje trasciende la adquisición de contenidos y procedimientos, favoreciendo el desarrollo de capacidades que permitan a los estudiantes enfrentar con fundamento situaciones propias de su formación académica, profesional y ciudadana.

PRINCIPIOS ORIENTADORES

El presente marco establece los principios que orientan el diseño, desarrollo y evaluación de los cursos ofrecidos por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Su finalidad es fortalecer la coherencia curricular, promover una cultura de calidad académica y ofrecer referentes compartidos para la práctica docente, respetando la autonomía profesoral y la diversidad de estrategias metodológicas propias de la educación superior.

Estos principios se sustentan en referentes nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las matemáticas y la estadística, el diseño curricular basado en resultados de aprendizaje y el aseguramiento de la calidad en educación superior (Biggs & Tang,

2011; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2021; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; National Research Council, 2001; OECD, 2023).

1. **La enseñanza promueve el desarrollo de capacidades para comprender, razonar, representar, argumentar, modelar e interpretar situaciones desde perspectivas matemáticas y estadísticas. En consecuencia, los contenidos disciplinares constituyen un medio para desarrollar formas de pensamiento que permitan a los estudiantes comprender la realidad, enfrentar problemas complejos y transferir el conocimiento a diferentes contextos profesionales y sociales.**

En ese sentido, la enseñanza debe orientarse al desarrollo progresivo de conocimientos, habilidades y actitudes que permitan al estudiante comprender, modelar, analizar y resolver situaciones propias de su contexto académico y profesional. Los contenidos constituyen un medio para alcanzar los resultados de aprendizaje y no un fin en sí mismos.

2. **El diseño de los cursos parte de resultados de aprendizaje claramente definidos que orientan las experiencias de enseñanza, las actividades de aprendizaje y los procesos de evaluación. Esta articulación favorece la coherencia curricular, proporciona claridad sobre las expectativas formativas y garantiza que las evidencias de aprendizaje reflejen los desempeños esperados al finalizar el proceso educativo.**

En consecuencia, toda actividad de enseñanza, aprendizaje y evaluación debe responder explícitamente a los resultados de aprendizaje definidos para el curso. La planeación de clases, las actividades propuestas y los instrumentos de evaluación deben mantener una alineación constructiva entre resultados, estrategias didácticas y evidencias de aprendizaje.

3. **El Departamento promueve experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar los conocimientos matemáticos y estadísticos para analizar, representar e interpretar situaciones provenientes de diferentes disciplinas y contextos. La resolución de problemas, la modelación matemática y el análisis de datos favorecen la integración de conceptos, el desarrollo del razonamiento y la construcción de explicaciones fundamentadas, fortaleciendo la capacidad para comprender fenómenos y apoyar la toma de decisiones.**

Por lo tanto, la resolución de problemas constituye el principal contexto para la construcción y aplicación del conocimiento matemático y estadístico. Los estudiantes deben enfrentarse a situaciones que demanden interpretar, representar, modelar, argumentar, validar soluciones y comunicar resultados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento matemático.

4. **El aprendizaje adquiere significado cuando los estudiantes comprenden las ideas fundamentales de la disciplina, establecen relaciones entre diferentes representaciones, justifican sus procedimientos y comunican sus conclusiones con precisión y rigor.**

En consecuencia, la enseñanza debe promover la comprensión de conceptos, propiedades y relaciones matemáticas antes de enfatizar la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos. Se favorecerá el establecimiento de conexiones entre diferentes representaciones, ideas y contextos. En ese sentido, los contenidos deben relacionarse, cuando sea pertinente, con problemas propios de las disciplinas profesionales de los estudiantes, favoreciendo la transferencia del conocimiento matemático y estadístico hacia contextos reales, científicos, tecnológicos y sociales.

5. **La práctica docente reconoce la diversidad de trayectorias de aprendizaje de los estudiantes y propicia ambientes académicos caracterizados por el respeto, la participación, la colaboración y el compromiso con el aprendizaje.**

Por lo tanto, la evaluación debe concebirse como un proceso continuo de retroalimentación que permita identificar avances, dificultades y oportunidades de mejora. Se promoverá la utilización de estrategias diagnósticas, formativas y sumativas coherentes con los resultados de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos.

Asimismo, la incorporación de recursos tecnológicos debe fortalecer la comprensión conceptual, la experimentación, la visualización, la modelación, el análisis de datos y la resolución de problemas, evitando que las herramientas tecnológicas sustituyan el razonamiento matemático.

CONSIDERACIONES FINALES

Los principios establecidos en este documento constituyen un marco institucional para orientar el desarrollo de los cursos del Departamento de Matemáticas y Estadística. Su propósito no es definir metodologías únicas de enseñanza ni limitar la autonomía profesoral, sino ofrecer referentes compartidos que contribuyan a la calidad académica, la coherencia curricular y el logro de los resultados de aprendizaje.

08 Bibliografía

5

- Suppes, P., & Hill, S. Introducción a la lógica matemática. Reverté.
- Copi, I. M., & Cohen, C. Introducción a la lógica. Limusa.
- Enderton, H. B. Una introducción matemática a la lógica. UNAM.
- Mendelson, E. Introduction to Mathematical Logic. CRC Press.
- Caicedo, X. Elementos de lógica y calculabilidad. Universidad de los Andes.